



TITLE:

# 乱流遷移を支配する不規則変動の成長過程(乱れの3次元化とカオス)

AUTHOR(S):

西岡, 通男; 浅井, 雅人; 鈴木, 和彦

---

CITATION:

西岡, 通男 ...[et al]. 乱流遷移を支配する不規則変動の成長過程(乱れの3次元化とカオス). 数理解析研究所講究録 1988, 665: 102-119

ISSUE DATE:

1988-07

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/100650>

RIGHT:

## 乱流遷移を支配する不規則変動の成長過程

阪府大 工 西岡通男 浅井雅人

同大学院 鈴木和彦

(Michio Nishioka, Masahito Asai  
Kazuhiko Suzuki)

### 1. まえがき

層流から乱流への遷移は一連の不安定性に支配される。乱れの弱い平板上境界層の場合、遷移は線形安定性理論に従うほぼ周期的なT-S波動の空間増幅から始まり、それに続いて波動の三次元化、いわゆるピーク=バレー分岐が起き、その結果増幅が著しく進むピーク領域に高せん断層が形成されると波動の高周波スパイク変動(hairpin渦)への激しい崩壊が生じる。この遷移過程の観察はKlebanoff et al(1962), Kovasznay et al(1962), Hama & Nutant(1963)にはじまるが、平面ポアズイユ流でも臨界レイノルズ数以上及び以下の双方で同様の発達過程をたどることがNishioka et al(1975, 1978, 1980, 1981, 1984, 1985)により明らかにされ、しかもKlebanoffらの段階より更に進んだ、壁乱流構造の芽(ストリーク構造やバーステイング)が現れる遷移の最終段階までの詳細な結果が示された(1981, 1984)。これらは、最近の数値シミュレーションや理論的研究と協力して、遷移機構の解明に大きく寄与してきた。

このような詳細な実験観察は、残留乱れを極端に減じ、周期T-S波動を人為的に導入することにより可能となるが、この低乱環境のもとでも初期の周期的な波動は上記遷移の進行と共に徐々に不規則化し遂には乱流に至る。流れの不規則化は乱流遷移機構の本質であることは言うまでもなく、同心円筒内のCouette流やBenard対流などの閉じた系での遷移についてはChaos理論の発展と相まって研究が盛んに行われている(Tatsumi(1984)参照)。しかしながら、T-S波動の空間増幅から始まる遷移においては、従来規則的な変動の発達自身十分に理解されていなかったこともあり、不規則化については殆ど全く調べられていない。そこで本研究では、筆者らが詳細な実験を行ってきた平面ポアズイユ流のリボン振動攪乱による乱流遷移において、不規則化がいかに行進するかについて観察したのでその結果を報告する。不規則化の原因として以下で注目しているのは、弱い残留不規則乱れであり、それがT-S波動の三次元化、さらに高周波変動への崩壊など

の一連の不安定過程の進行と共に流れの不規則化にいかに関与していくかを見る。

## 2. 実験装置と方法

実験は、幅40 cm、深さ2 hが14.6 mm（アスペクト比は27.4）の矩形断面をもつ長さ6 mのチャンネル風洞で行っている。チャンネル入口から約400 h下流の測定部では、中心流速 $U_c$ がスパン方向（z）に少し歪んでいるが、放物型速度分布が実現されている。T-S波動は下壁（ $y/h = -1.0$ ）から0.8 mmの所に取り付けられた振動リボン（0.05 mm厚、4 mm幅）により励起される。リボンへの入力電流を調節することにより励起される波動の振幅を自由に変わることができ、その結果固定x観測位置で遷移の様々な段階を実現できる。流れ方向（x）の平均速度 $U$ 及び変動 $u$ の測定には定温度型熱線流速計を用いている。I型熱線プローブの受感部は直径5  $\mu$ m、長さ1.5 mmのタングステン線である。プローブはy、z方向には可動であるが、x方向には固定である。また、熱線の出力信号及びその変動成分はリボン電流信号と共に多チャンネルデータレコーダー（TEAC MR-30）に収録される：ただし、変動成分は10-1000倍に増幅し記録している。データレコーダーに記録された熱線信号は12ビットのA/D変換器（カノーバス ADX-98）を通して数値化されてコンピュータ（NEC PC-9801F2）で処理される：熱線信号の直線化はコンピュータでなされている。サンプリング周波数はリボン信号（ $f = 72$  Hz）の一周期内にサンプリング点が64になるように設定され、一度に8192点（128周期分）の連続な時系列データを生成している。ただし、変動成分をA/D変換する時生じるエイリアジングを緩和するために熱線信号を予めアナログローパスフィルタ（遮断周波数3 kHz）に通して取り込んでいる。

また、パワースペクトルの計算やフィルター処理は有限フーリエ変換（高速フーリエ変換：基数2と4の複合時間間引き型）を用いて行っている。有限フーリエ変換は次式で表される。

$$C(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u(k) \exp(-i 2\pi k n / N) \quad (1)$$

但し  $N$ ：データ点数

$u(k)$ ：離散的時系列データ（ $k: k=0, N-1$ ）

$C(n)$  : フーリエ係数 ( $n : n = 0, N-1$ )

得られたフーリエ係数よりパワースペクトルは次式で求められる.

$$P(n\Delta f)\Delta f = 2|C(n)|^2 \quad (2)$$

$P(n\Delta f)\Delta f$  : エネルギースペクトル.

### 3. 実験結果と考察

実験はレイノルズ数  $R = 5000$ , リボンの周波数  $f = 72.3 \text{ Hz}$  で行われた. 図1は, 今までの実験において, リボンへの入力電流を増してゆくときリボンから48h下流x位置で観察された $u$ 変動の $z = 75 \text{ mm}$ ,  $64 \text{ mm}$ での最大実効値を示していて, 振幅が約1%を越えると波動が三次元化(ピーク=バレー分岐)するのがわかる. ここで, 波動の振幅の増大が著しいこの $z$ 位置はいわゆるピーク位置であり, 以下の観察はすべて遷移が最も激しく進行するこのスパン方向ピーク位置( $Z = 75 \text{ mm}$ )でおこなっている.

図2は導入した周期変動が遷移の進行とともに不規則化する様子を $u$ 変動波形で見たものであり, 図(a)は波動が二次元T-S波動として振舞う微小振幅段階, (b), (c), (d)は二次元T-S波動の三次元化が生じた(二次不安定が生じた)段階, 及び(e), (f), (g), (h)は波動の三次元化が進行して高周波スパイク変動が現れる(高周波二次不安定)段階, (i), (j), (k)は崩壊が進み乱流へ至る段階をそれぞれ示している. 微小振幅時(a)の波形が示すように励起された波動は後で詳しく述べるが残留乱れの存在のため完全には周期的ではない(ただし波形上の高

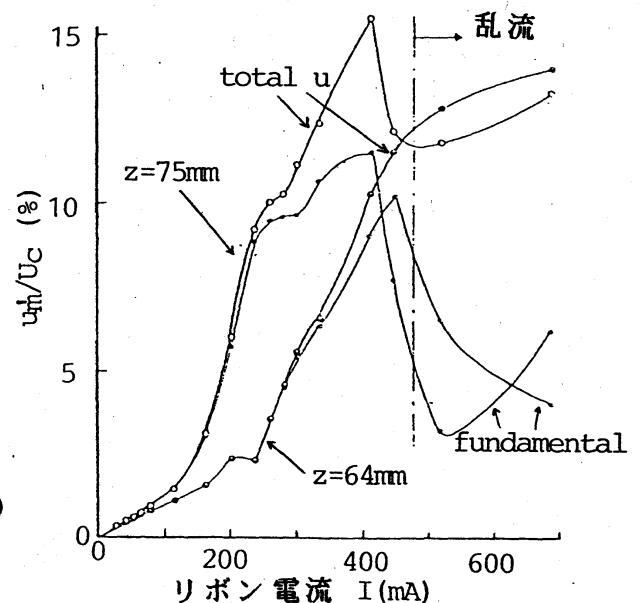
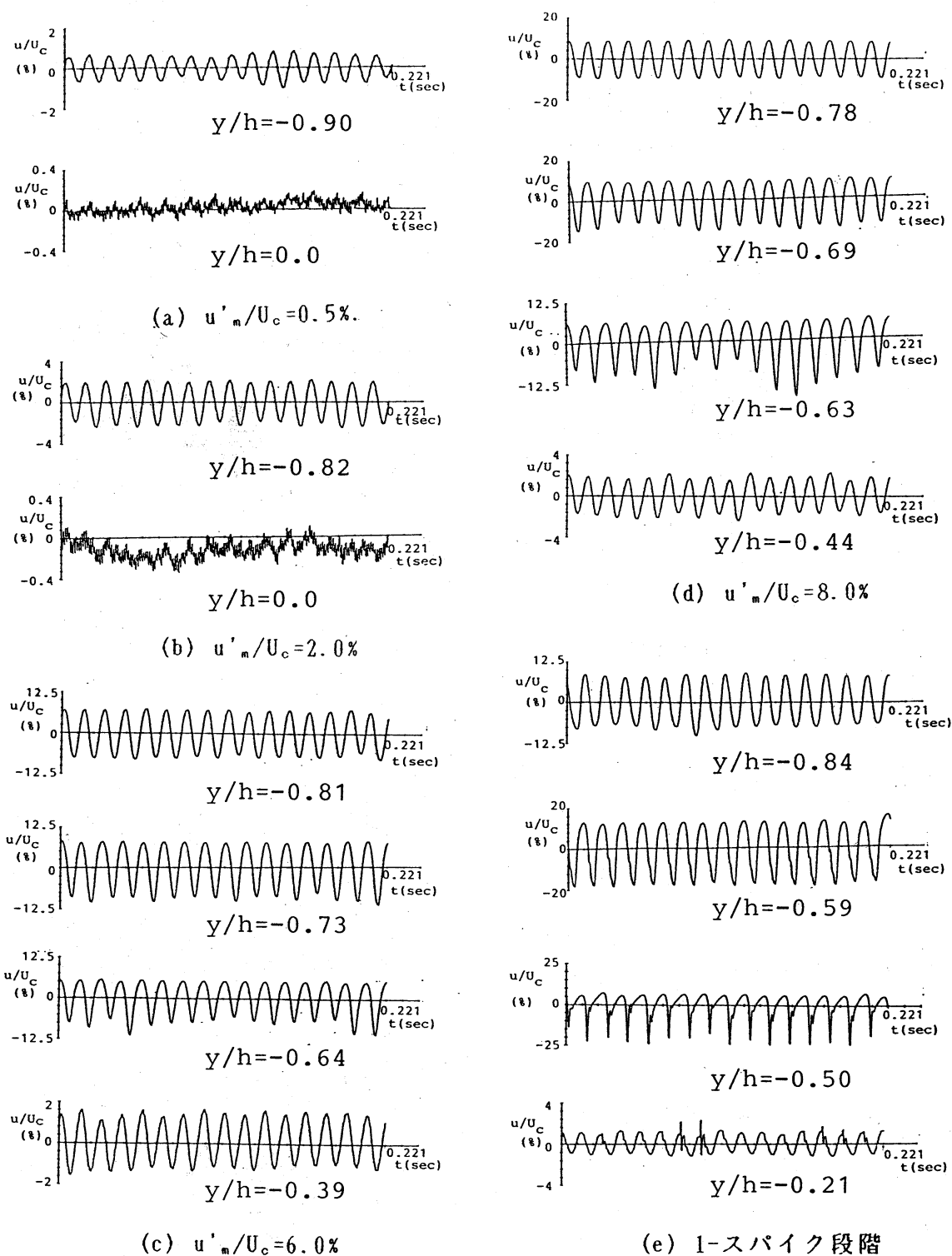
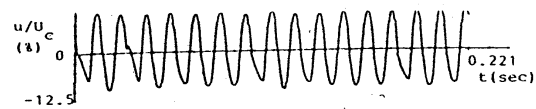
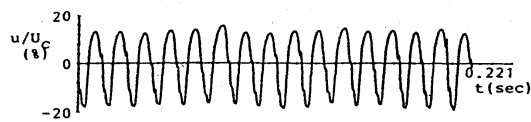
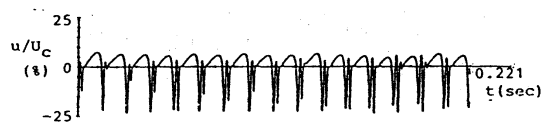
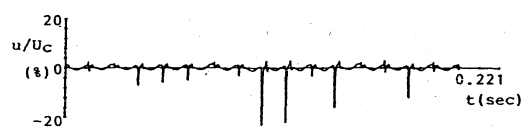
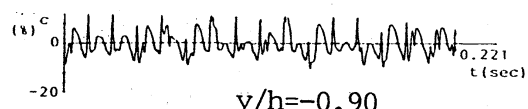
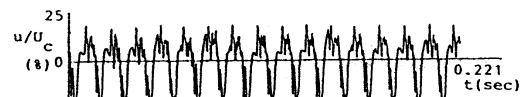
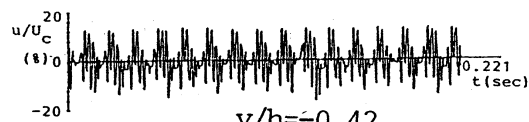
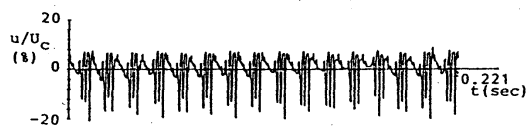


図1. 波動の三次元発達.

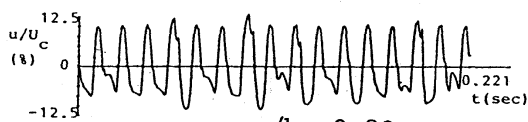
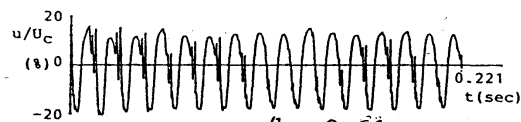
図 2.  $u$  変動の発達.

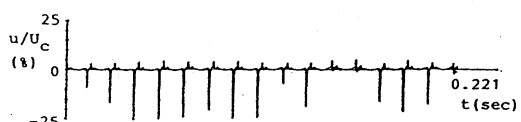

 $y/h = -0.81$ 

 $y/h = -0.60$ 

 $y/h = -0.45$ 

 $y/h = -0.24$ 

(f) 2-スパイク段階

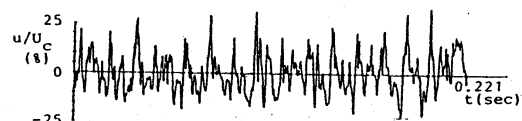
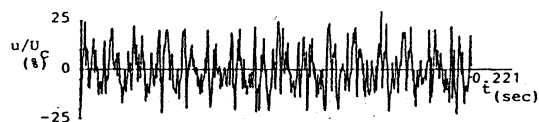
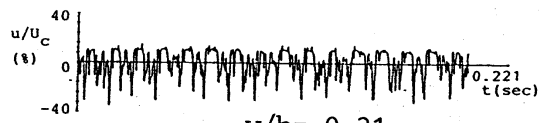

 $y/h = -0.90$ 

 $y/h = -0.58$ 

 $y/h = -0.42$ 

 $y/h = -0.31$ 

(h) マルチ-スパイク段階

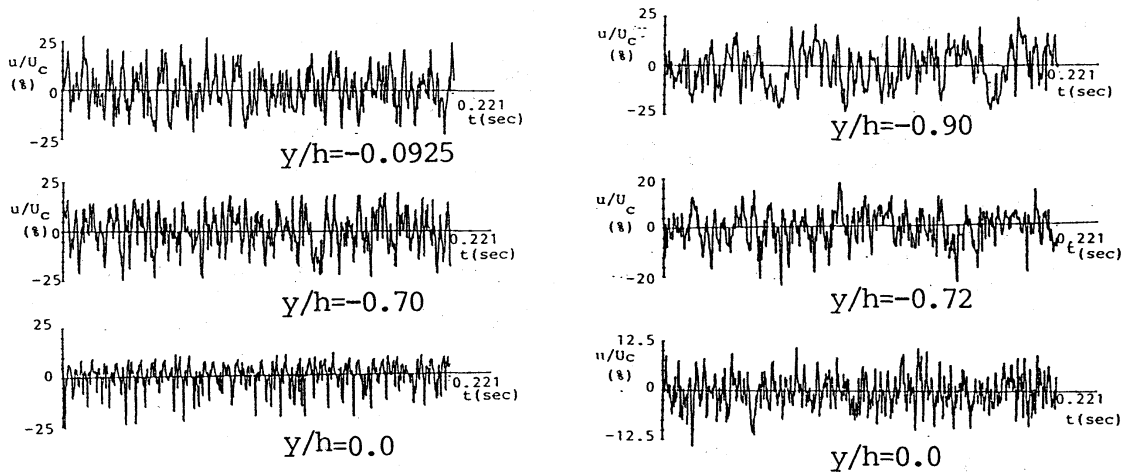

 $y/h = -0.80$ 

 $y/h = -0.61$ 

 $y/h = -0.45$ 

 $y/h = -0.13$ 

(g) 3-スパイク段階


 $y/h = -0.925$ 

 $y/h = -0.73$ 

 $y/h = -0.31$ 

(i) 乱流に近づいた段階 (I)



(j) 乱流に近づいた段階 (II)

(k) 十分発達した乱流段階

周波変動はファンノイズである)。リボン電流を増し遷移を進行させると、まずこの変動の不規則性がある範囲の  $y$  位置でより顕著になる。即ち、V型波形の谷が低周波で変調し始める。この傾向は波動が壊れて高周波変動（スパイク）が現れる段階でも同様である。しかしその他の  $y$  位置、特に壁近くではこの段階でもかなり周期的に見える。そして波動の一周期内のスパイクの数が増した段階では流れ場全体がかなり不規則になり、ついには周期性が全く崩壊し乱流に至る。以下では、このような波動の不規則化を詳しく調べよう。

図3 (a) (b) は、残留乱れのパワースペクトル分布であり、(a) はチャンネル中心  $y/h = 0$ 、(b) は壁近く  $y/h = -0.9$  でのものである。図のように、残留乱れの主成分は  $30\text{ Hz}$  以下の低周波乱れと  $60 - 70\text{ Hz}$  付近の乱れからなる：連続スペクトル成分以外にいくつかの線スペクトルがみられるが、それらは電気ノイズ ( $60\text{ Hz}$  ハムとその高調波) 及び送風機のファンノイズ (約  $700\text{ Hz}$ ) である。このような連続スペクトルで表される不規則成分が周期波動の発達と共にいかに成長するかを見よう。図4 (a) は、励起された波動が二次元  $T-S$  波動として振舞う  $u'_m/U_c = 0.5\%$  時のスペクトル分布である。図のように、連続スペクトル成分はその強さや分布など残留乱れのそれと全く変わらず、この段階では単に線スペクトルで表される周期  $T-S$  波成分が残留乱れに線形的に重畳しているだけである。

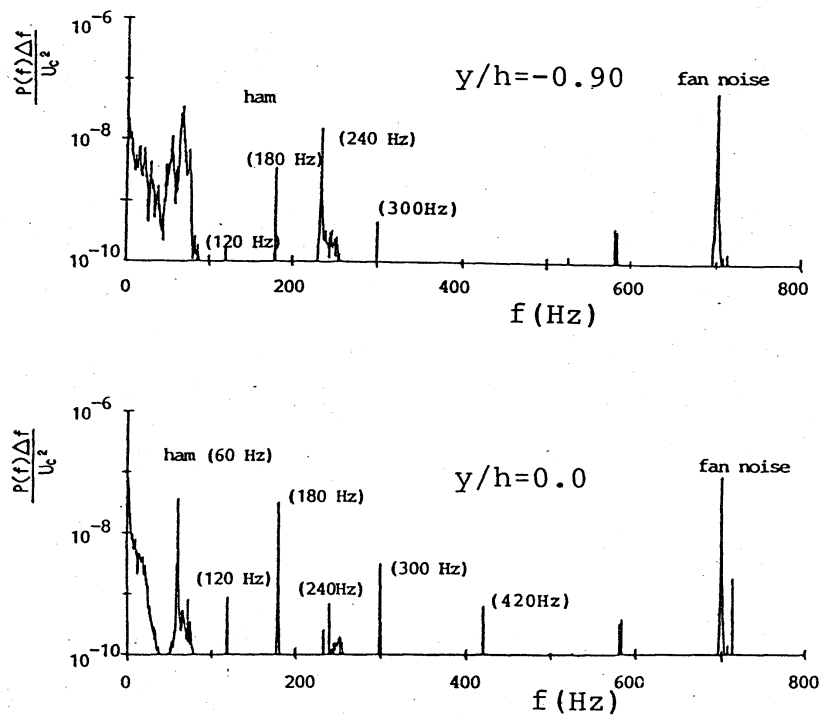
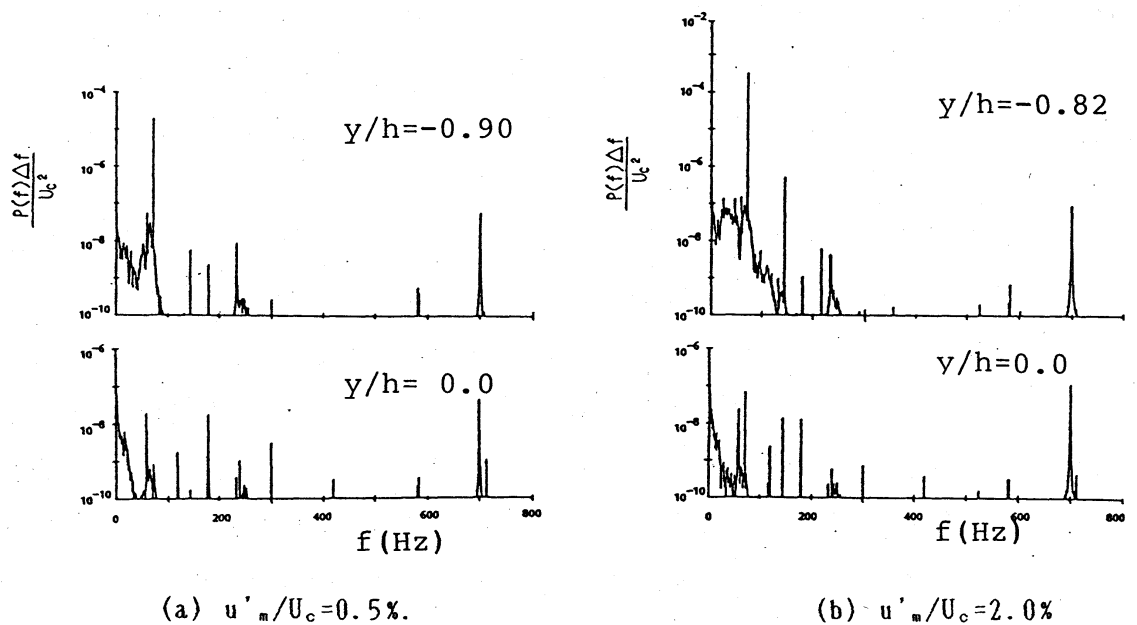
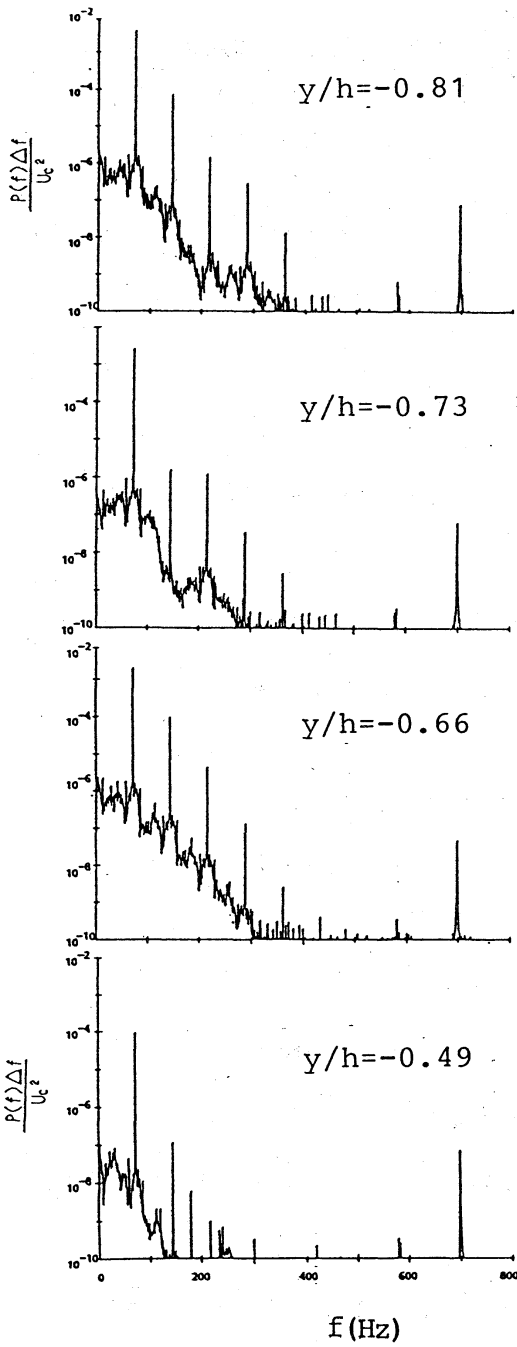
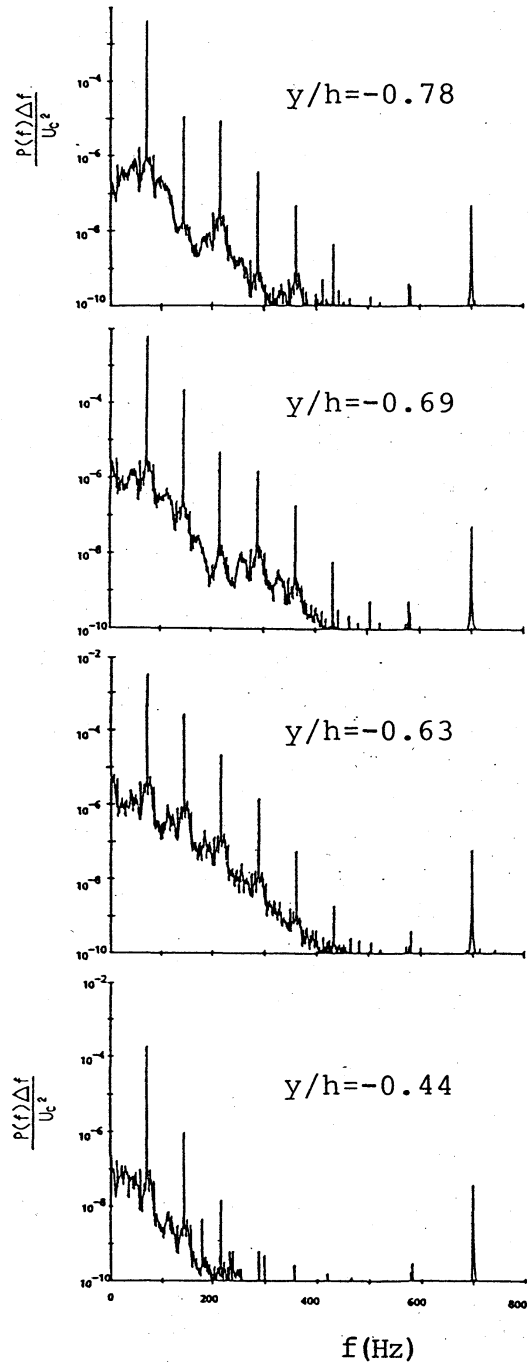


図3. 残留乱れのスペクトル

(a)  $u'_m/U_c = 0.5\%$ .(b)  $u'_m/U_c = 2.0\%$ .図4.  $u$  変動のスペクトル



(c)  $u'_m/U_c = 6.0\%$ (d)  $u'_m/U_c = 8.0\%$

しかし、波動の三次元化が起きると、図4(b) ( $u'_m/U_c = 2\%$ ) のように、T-S波の周波数周りに側帯波的な連続スペクトル成分が発達し、また低周波数域の乱れも増加し始めている。三次元化がさらに進むと、図4(c)(d)のように、周期成分の高調波の発達と共にそれらの周りにも側帯波的に連続スペクトル成分が発達し、不規則成分の増加はより顕著になる。このような側帯波スペクトルは基本波の変調を意味しており、その様子は次の図5に示されている。図は、6%段階(図3(c), 4(c))の基本周波数  $f_{rs}$  及びその周りの側帯波成分 ( $f_{rs} \pm 17\text{Hz}$  の範囲) を抽出し、その合成波形(図5(b))を次式の形に復調した時の振幅変調  $A(t)$  及び位相変調  $P(t)$  (或は周波数変調  $F(t)$ ) の波形を示してある。

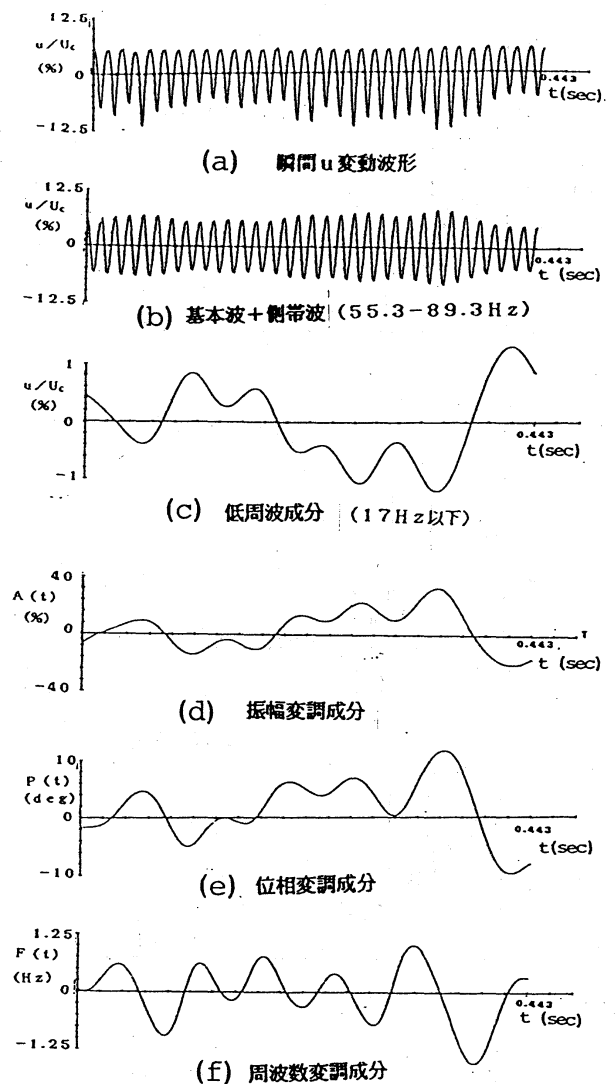


図5. 復調分析.  $u'_m/U_c = 6.0\%$ ,  $y/h = -0.66$

$$u(t; 55.3-89.3\text{Hz})/U_c = A_0(1+A(t))\cos(2\pi f_{rs}t + P(t)), \quad (3)$$

$$F(t) = dP(t)/dt \quad (4)$$

このような変調の強さはまた波動の不規則性の目安であり、各段階の変調指数  $A'$  ( $A(t)$  の実効値) 及び  $P'$  ( $P(t)$  の実効値) を図6に示している。図のように、振幅と位相の両変調が  $y$  位置の限られた範囲できわだって増幅し、その  $y$  位置はいわゆる高せん断層が発達する  $y$  位置 ( $u$  変動波形でみれば、V型波形(図2(c)(d)参照)の現れる位置) に対応する。即ち、高せん断層の発達が最も不規則変動の影響を受け易いと言える。ここで、さらに興味深いことは、

図5からわかるように、 $A(t)$ と $P(t)$ の波形が相似であり、かつそれらは図5(c)に示す低周波成分( $<17\text{ Hz}$ )の波形とも位相の反転を除けば相似である。この相似性は、高周波スパイク変動が現れる段階まで続く。観察された不規則成分の成長は、周期波動と残留不規則乱れの高周波成分の非線形干渉の結果と考えられるが、それが上述のような特徴を示すことは注目すべきである。また、この三次元化の段階における特徴として、次のことも言及すべきであろう。即ち、 $1/2$ 分調周波数 $1/2 f_{rs}$ (及び $(2n+1)/2 f_{rs}$ ;  $n=1, 2, \dots$ )の周りにも小さな連続スペクトルのピークが現れ、それが線スペクトルの間を埋めていくように見える: これは、二次不安定モデル(Herbert(1983))で予測されるような $1/2$ 分調斜行波対の発達と関係しているかも知れない。

上記のように、波動の三次元発達(特に、高せん断層の発達)と共に連続スペクトル成分は各高調波を搬送波とするかのように側帯波的に高周波数域に運ばれていく。ここで、不規則変動の種と考えられる残留乱れの主成分としては、T-S波タイプと音波や主流速度で伝播する低周波乱れがあるが、この内低周波乱れは一般に最も減衰し難く、風洞気流中常に残る成分である。従って、特に音波のように遷移を支配する攪乱と素性が全く異なる変動が不規則化に

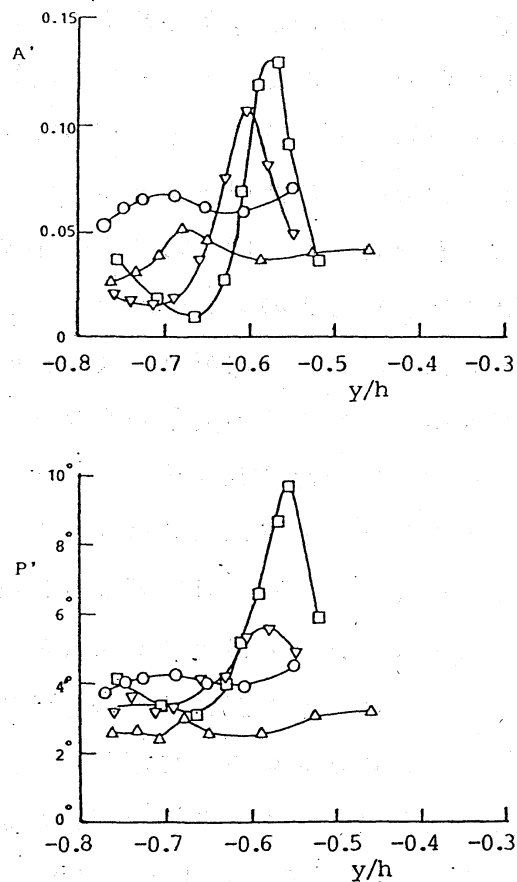


図6. 振幅変調指数( $A'$ )及び位相変調指数( $P'$ )の $y$ 分布.  $\circ$ :  $u'_{rms}/U_c=0.5\%$ ,  $\Delta$ : 2%  $\nabla$ : 6%  $\square$ : 8%

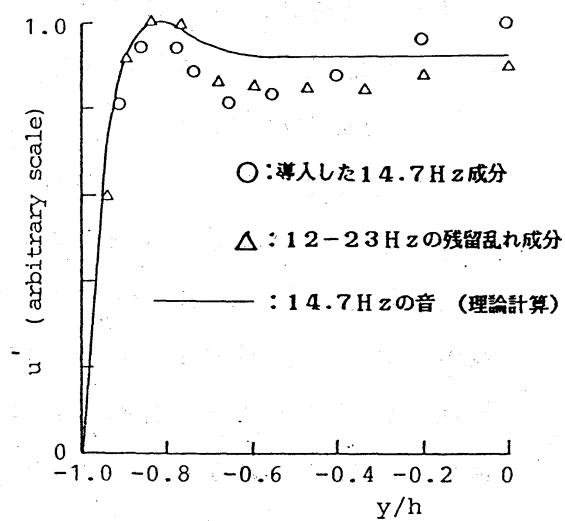


図7. 残留低周波乱れの実効値の $y$ 分布.

寄与しているかどうかを知ることは興味深い。そこで、チャンネル下流端からスピーカを駆動し単一周波数 ( $f_s=14.7\text{Hz}$ ) の低周波音を加え同様の観察を行った。図7はリボンを振動させないときのスピーカによって導入された低周波成分の実効値の  $y$  分布を対応する周波数の音及び元々存在していた乱れ成分のそれと比較することにより示している：ここで、平面音波の構造は、近似的に振動ポアズイユ流の解で与えられる。これより導入した低周波は残留低周波成分と同様音に近い振幅分布を持つことが判り、またその位相速度を測ると  $U_c$  より遥かに大きく確かに音波の性格を持つことが確認された。図8はリボンを振動させて規則的な  $T-S$  波  $f_{TS}$  ( $u'_m/U_c=0.5\%$ ) を導入した時のパワースペクトルである。非線形干渉の結果周波数  $f_{TS}+f_s$  の位置に線スペクトル (側帯波) が出現しているが、同時に生じると考えられるもう一つの側帯波周波数  $f_{TS}-f_s$  成分は主流の残留乱れ中の自然の  $T-S$  波に埋もれていてスペクトル分布上には目だって現れていない。この段階の側帯波  $f_{TS}+f_s$  及び低周波  $f_s$  について図9 (a) (b) に振幅、

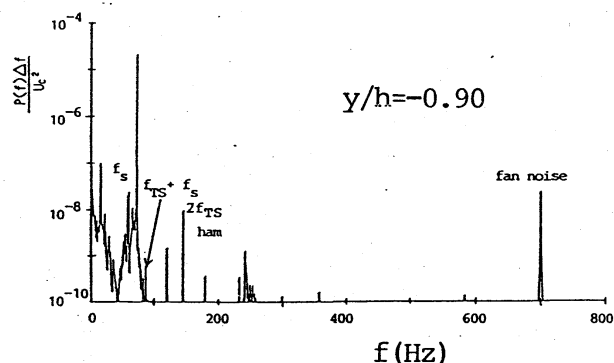


図8.  $u'$  変動のスペクトル.  $u'_m/U_c=0.5\%$ .

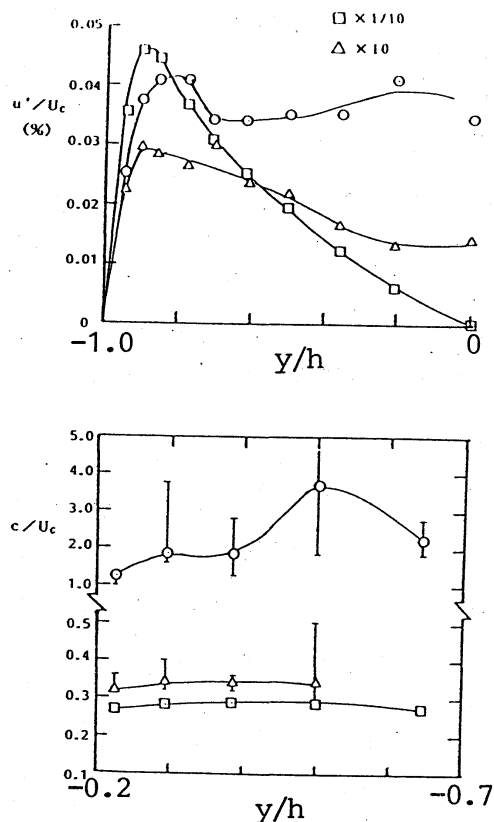


図9. 各  $u'$  成分の実効値と位相速度の  $y$  分布.  $u'_m/U_c=0.5\%$ .

□:  $72.3\text{Hz}$  ( $f_{TS}$ : 基本波)    ○:  $14.7\text{Hz}$  ( $f_s$ : 低周波)  
 △:  $87\text{Hz}$  ( $f_{TS}+f_s$ : 高側帯波)

位相速度の分布を示す。この低周波  $f_s$  の乱れは両  $y$  分布から判断するとリボンを振動させない時と特に変化しているように見えない。

一方  $f_{TS} + f_s$  成分の振幅分布は T-S 波のそれに似ているが、その位相速度は  $0.34 U_c$  程度であり、 $R = 5000$  におけるこの周波数の T-S 波の位相速度  $0.305 U_c$  とは異なり周波数  $f_{TS}$  と  $f_s$  の波の単純な二次の非線形効果から期待される側帯波成分の位相速度 ( $0.342 U_c$ ) と一致する。

一方、図 10 は波動の三次元化が進んだ  $u'_m/U_c = 9\%$  段階のスペクトルを示しているが、他の残留不規則乱れと共に導入した音波攪乱もやはり側帯波的に高周波域へ伝播し、また  $f_s$  成分も含めて増大している。図 11 にこの  $u'_m/U_c = 9\%$  時の各周波数成分の振幅及び位相速度の  $y$  分布を示しているが、 $f_s$  および側帯波  $f_{TS} \pm f_s$  共相似な構造を示すようになり、また位相速度を測定すると  $f_s$  成分自身音波と全く異なるものになるのがわかった。これは、三次元化が生じると、低周波の音は単に  $f_{TS}$  (及びその高調波) との単純な非線形干渉を行うのではなく、音が原因となって新たに増幅攪乱が生まれていくことを示している。

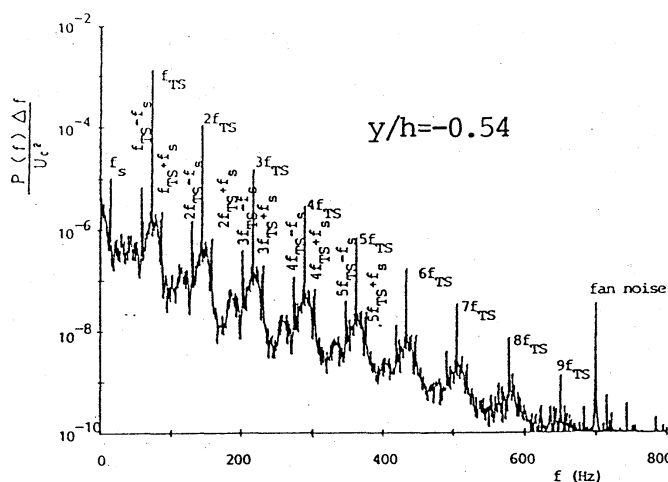


図 10.  $u$  変動のスペクトル.  $u'_m/U_c = 9.0\%$ .

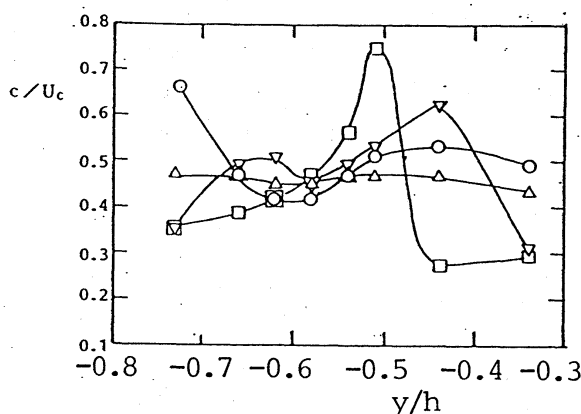
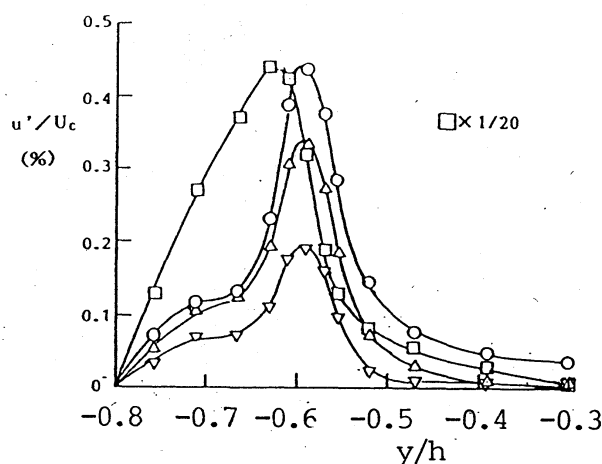


図 11. 各  $u$  成分の実効値と位相速度の  $y$  分布.  $u'_m/U_c = 9.0\%$ .

□: 72.3 Hz ( $f_{TS}$ : 基本波)    ○: 14.7 Hz ( $f_s$ : 低周波)  
▽: 87 Hz ( $f_{TS} + f_s$ : 高側帯波)    △: 57.6 Hz ( $f_{TS} - f_s$ )

次に遷移の後期段階すなわち高周波スパイクが出現する段階を調べよう．図 12 (a) (b) (c) (d) はそれぞれ 1-, 2-, 3- 及びマルチスパイク段階のスペクトルを示している．図のように，図 2 の波形と対応させると，スパイクが現れる  $y$  位置 ( $y/h = -0.5$  付近) において連続スペクトルの高周波数帯 ( $250 \text{ Hz}$  以上) の急増がその周波数域の高調波成分の成長と同様に著しい．スパイクの数が増すにつれて高周波数帯の不規則成分の成長がより明確にな

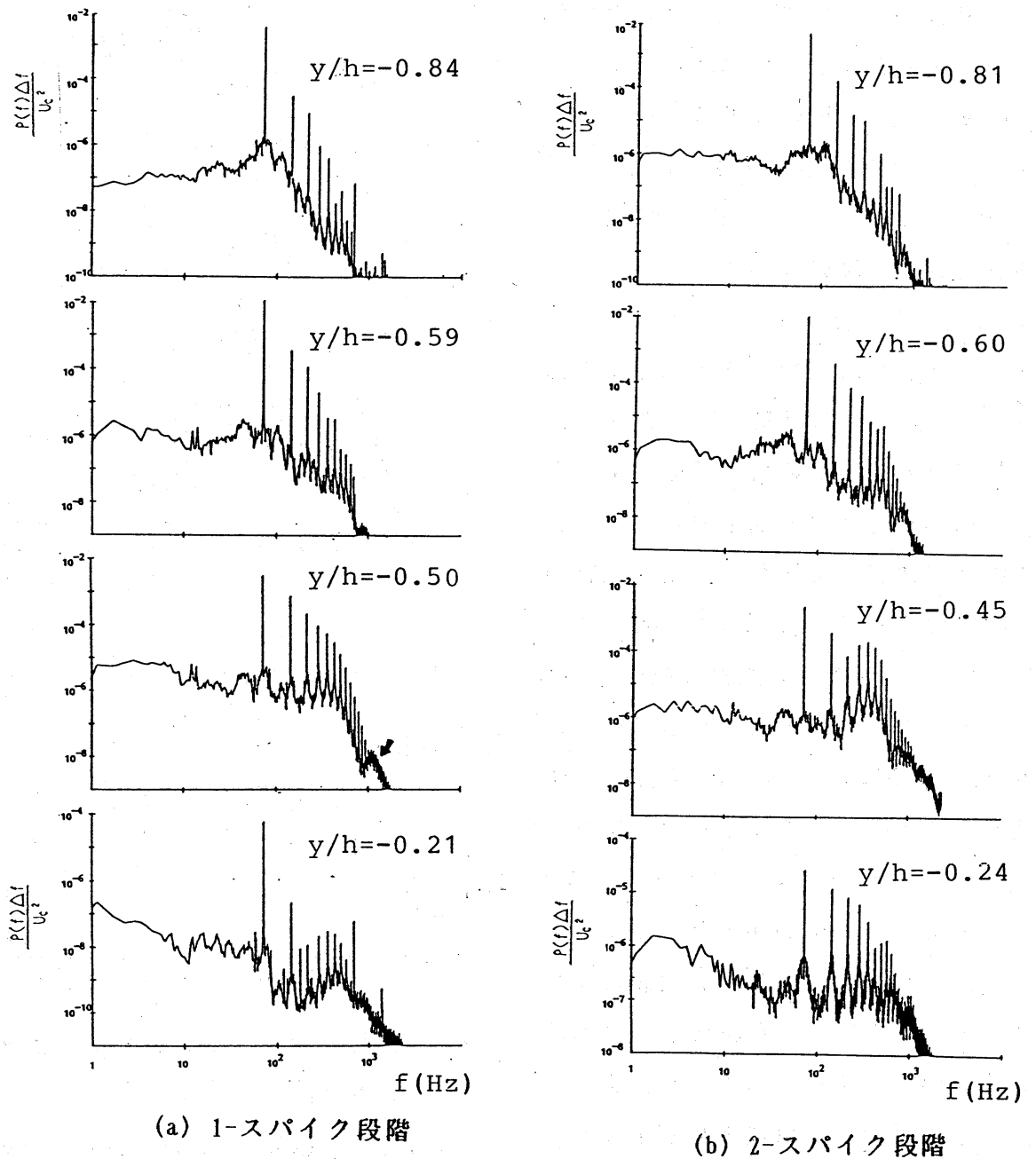
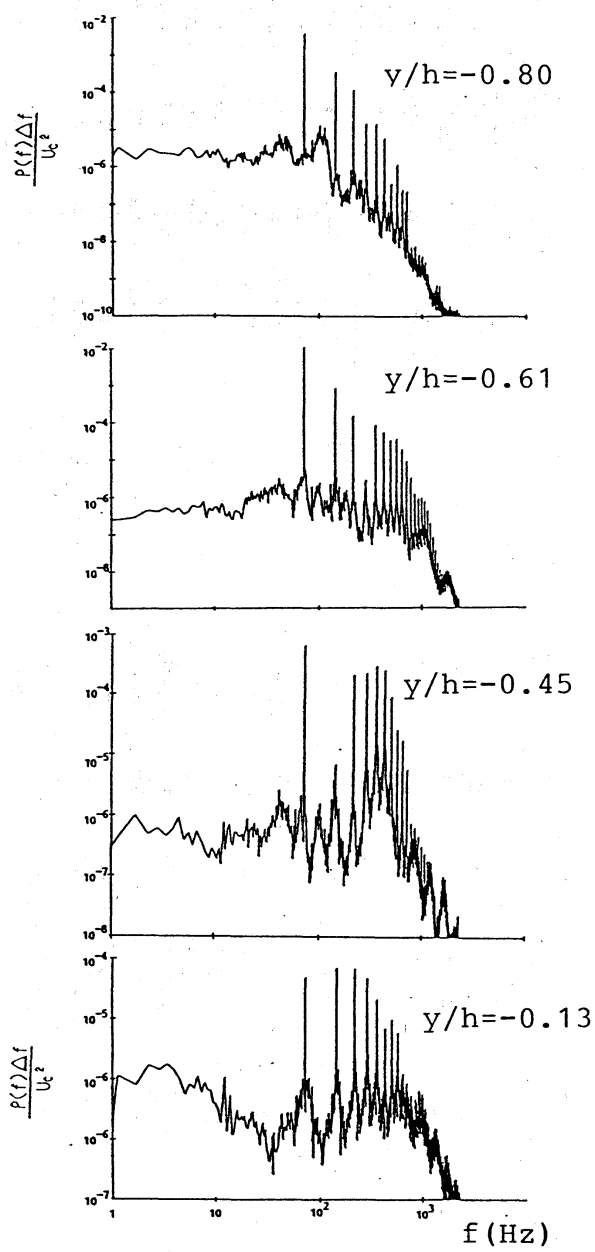
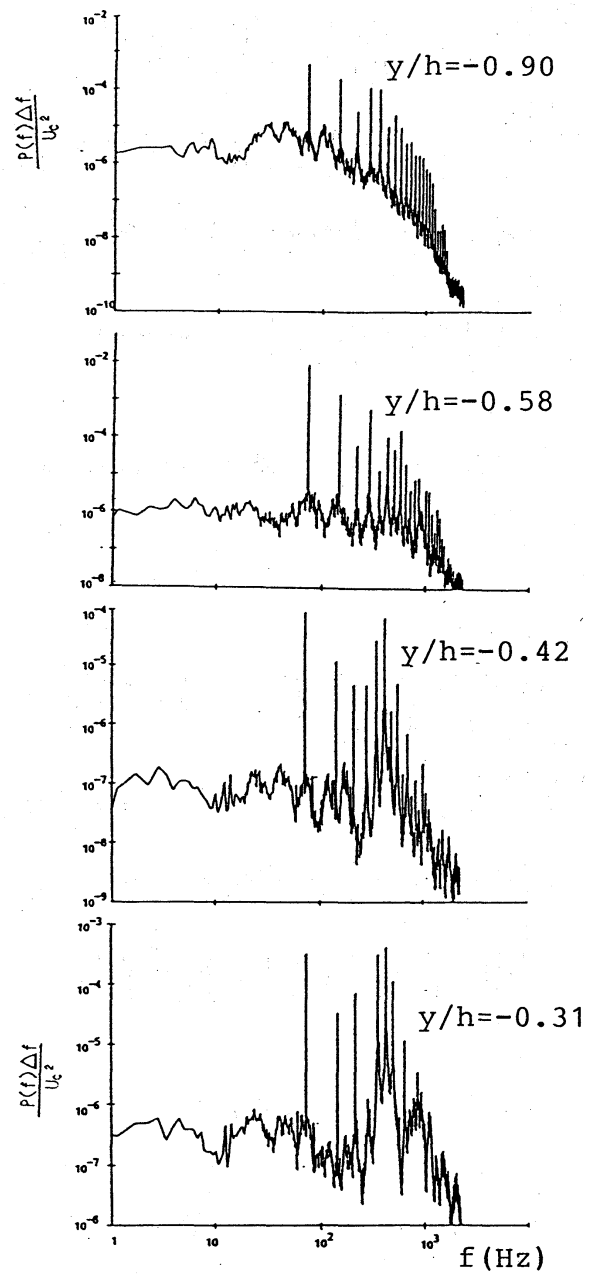


図 12.  $u$  変動のスペクトル.



(c) 3-スパイク段階



(d) マルチ-スパイク段階

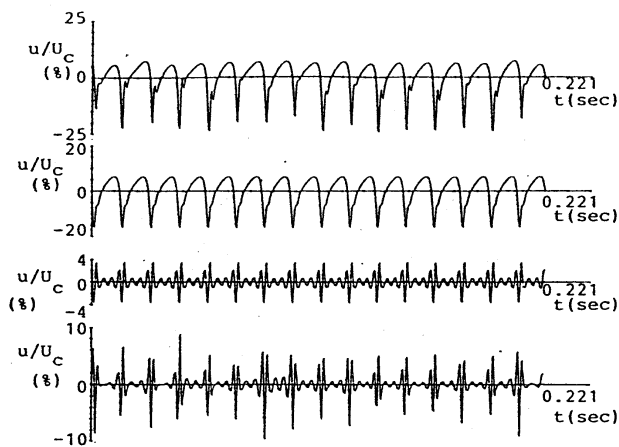
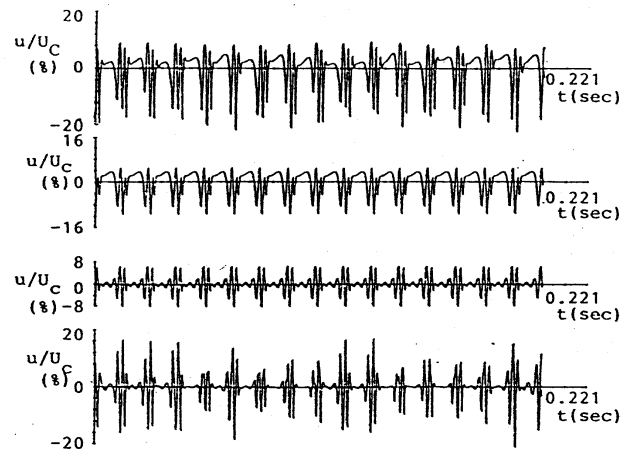
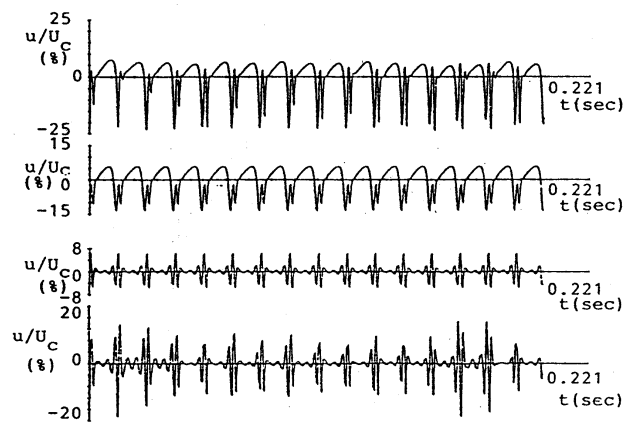
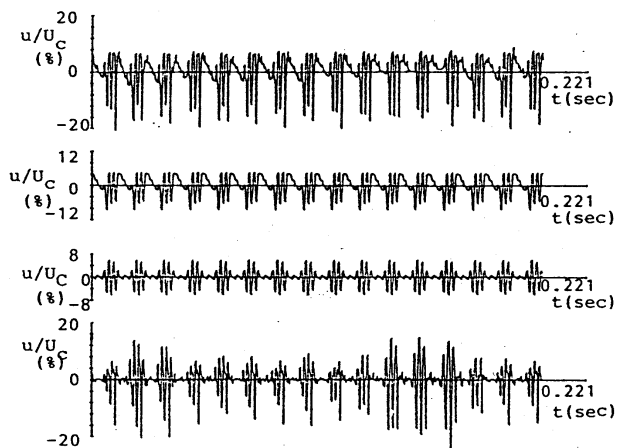
(a) 1-スパイク段階  $y/h=-0.50$ (c) 3-スパイク段階  $y/h=-0.45$ (b) 2-スパイク段階  $y/h=-0.45$ (d) マルチ-スパイク段階  $y/h=-0.31$ 

図 13. 高周波成分の増幅.

上から 瞬間  $u$  変動波形, 規則成分 (集合平均: 平均回数 2304 回),  
250 Hz 以上 ( $4 f_{rs}$  以上) の規則成分, 250 Hz 以上の不規則成分



る。この様な段階では、高周波数帯域に関する限り、不規則成分と規則成分のエネルギーを比較すると不規則成分の方がより大きくなり、不規則成分が遷移を支配し始めている。その様子は、次に示す図から良くわかる。図13

(a), (b), (c), (d)は1, 2, 3, マルチースパイク時の高周波域(250 Hz以上)の規則及び不規則成分の発達を波形で示したものである。各図の四つのトレースは上から瞬間の $u$ 変動波形, そしてその集合平均波形, 次に集合平均波形から250 Hz以上の高周波成分(4倍波以上)の波形, そして同じ高周波帯域の不規則成分の波形である。これらからも明らかなように高周波域規則成分(集合平均)と不規則成分の波形はスパイクが現れる $y$ 位置では相似的であり, また一周期内の同じ時間帯で大きな振幅を持つ。特にその両者の振幅が同程度或は $y$ 位置及び時間帯によってはむしろ不規則成分の方が大きいことは注

目すべきである: 但し瞬間波形と集合平均波形の比較から判るように流れはマルチースパイク段階でも周期サンプリングで瞬間の流れ構造(スパイク周波数変動まで)がかなり再現できるほど規則的である。この様な高周波成分の急激な増加は高せん断層(変曲点型速度分布)の高周波攪乱に対する不安定性(高周波二次不安定)の機構が働いていることを強く主張しているものであり, 高周波スパイクの出現は高周波数域の周期成分(時間的に)だけでなくそこに存在する不規則成分も同時に強い増幅を受けた結果であ

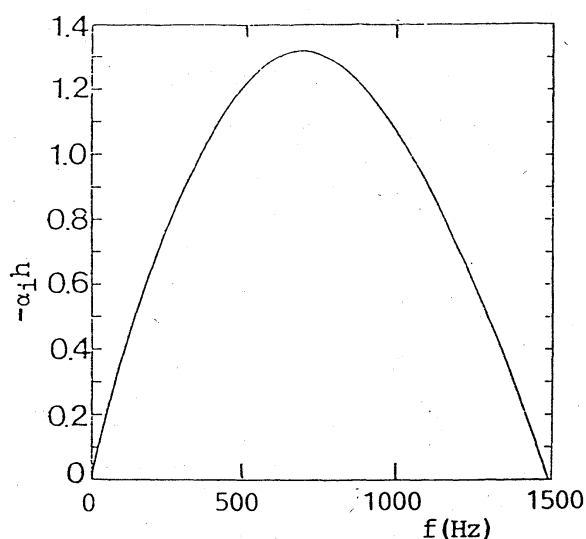


図14. スパイクが現れる直前段階の  
流れの不安定性(攪乱の空間  
増幅率の周波数依存性)

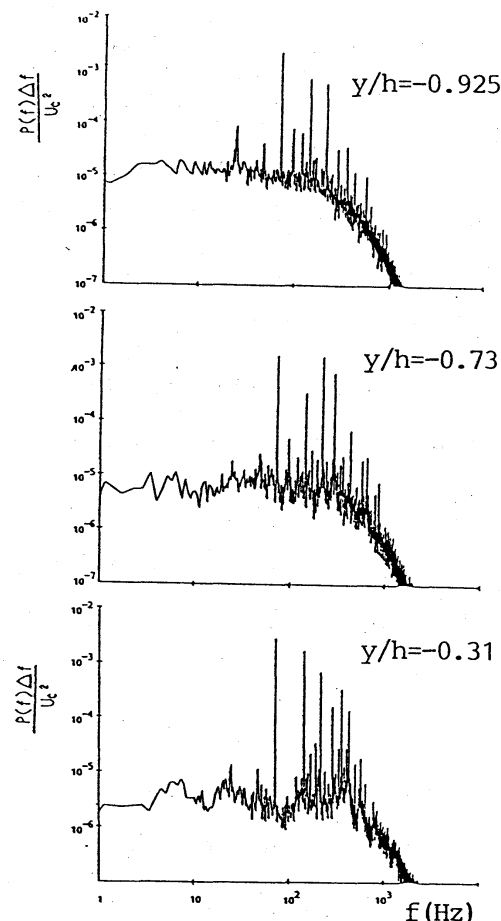
るといえる。事実, 図14は, 高周波スパイクが現れる直前の段階の瞬間の変曲点型速度分布を用いて高周波攪乱の増幅特性をOrr-Sommerfeld方程式により計算したものであるが(Nishioka et al(1980)参照), 増幅帯域の周波数成分(周期成分, 不規則成分とも)が急増している点は注目すべきである。この急成長する高周波成分の種は, 波動の三次元化の進行とともに周期基本波成分およびその高調波と残留乱れとの相互作用の結果, 高周波数帯に側帯波の形で生まれる連続ス

ベクトル成分であると考えられる：ここで，8%段階と1-ースパイク段階のスペクトルを比較すると残留乱れ中のファンノイズの大きさに変化がなく，それは不規則化に寄与していないように見える．また，1-ースパイク段階以降では線スペクトル成分が目立たない1000 Hz以上の高周波域にも連続スペクトルの盛り上がり（図12（a）の矢印）がみられ，これはおそらくスパイク変動（hairpin渦）がさらに小スケールの不規則変動に崩壊していくことに対応していると考えられる．

最後に，図15（a）（b）（c）は，高周波不安定が進み乱流に近づく段階（それぞれ，図2（i）（j）（k）に対応）のスペクトルを示している．高周波不安定の進行と共に不規則成分間の非線形干渉も始まるので，図の様に流れは導入した規則成分より不規則成分に支配されるようになっていき，そして乱流状態になると（図15（c））連続スペクトルが圧倒的に大きくなり線スペクトルの方は完全になくなったわけではないがめだたなくなる．

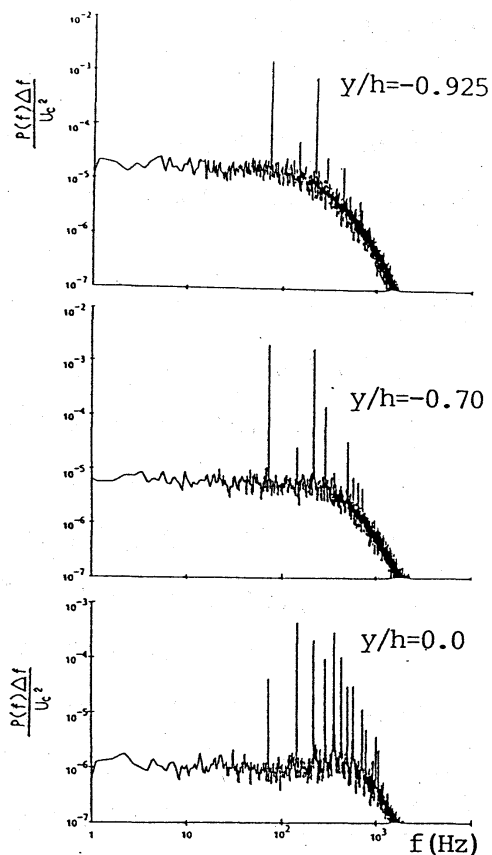
#### 4. むすび

この様に不規則性の成長は，残留乱れが原因となって起き，まず波動の三次元化（二次不安定）段階で基本周波数及びその高調波周りの側帯波成分（波動を変調させる）の増加で始まり，波動の成長と共にこれらは高周波数域へ及んでゆく．それに続き高周波数域の不規則変動が高周波二次不安定の開始と共に急激な増幅をする．即ち不規則変動の成長にはこの2つの段階があるように見える．

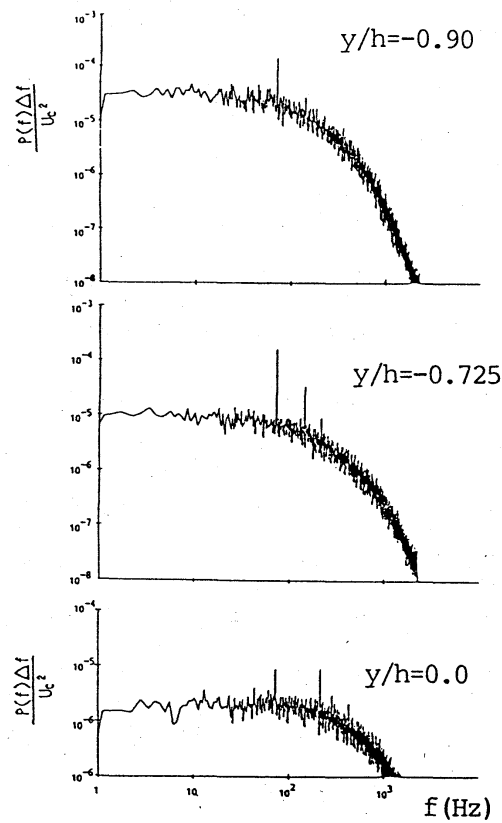


(a) 乱流に近づいた段階（図2（i）に対応）

図15.  $u$  変動のスペクトル．



(b) 乱流に近づいた段階 (図 2 (j) に対応)

(c) 十分発達した乱流段階  
(図 2 (k) に対応)

## 引用文献

- Hama, F. R. & Nutant, J. 1963 Proc. 1963 Heat Transfer and Fluid Mech. Institute, Stanford Univ., 77-93.
- Herbert, Th. 1983 Phys of Fluids 26, 871-874.
- Klebanoff, P. S., Tidstrom, K. D. & Sargent, L. M. 1962 J. Fluid Mech. 12, 1-34.
- Kovaszny, L. S. G., Komoda, H. & Vasudeva, B. R. 1962 1962 Heat Transfer and Fluid Mech. Institute, Stanford Univ., 1-26.
- Nishioka, M., Iida, S. & Ichikawa, Y. 1975 J. Fluid Mech. 72, 731-751.
- Nishioka, M., Iida, S. & Kanbayashi, S. 1978 Proc. 10th Turbulence Symposium, Inst. Space Aeron. Sci., Tokyo Univ., 55-62.
- Nishioka, M., Asai, M. & Iida, S. 1980 Laminar-Turbulent Transition (eds. R. Eppler & H. Fasel), Springer-Verlag, 37-46.
- Nishioka, M., Asai, M. & Iida, S. 1981 Transition and Turbulence (ed. R. Meyer) Academic Press, 113-126.
- Nishioka, M. & Asai, M. 1984 Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids (ed. T. Tatsumi), North-Holland, 87-92.
- Nishioka, M. & Asai, M. 1985 Laminar-Turbulent Transition (ed. V. V. Kozlov) Springer-Verlag, 173-182.
- Tatsumi, T. 1984 Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids, North-Holland.